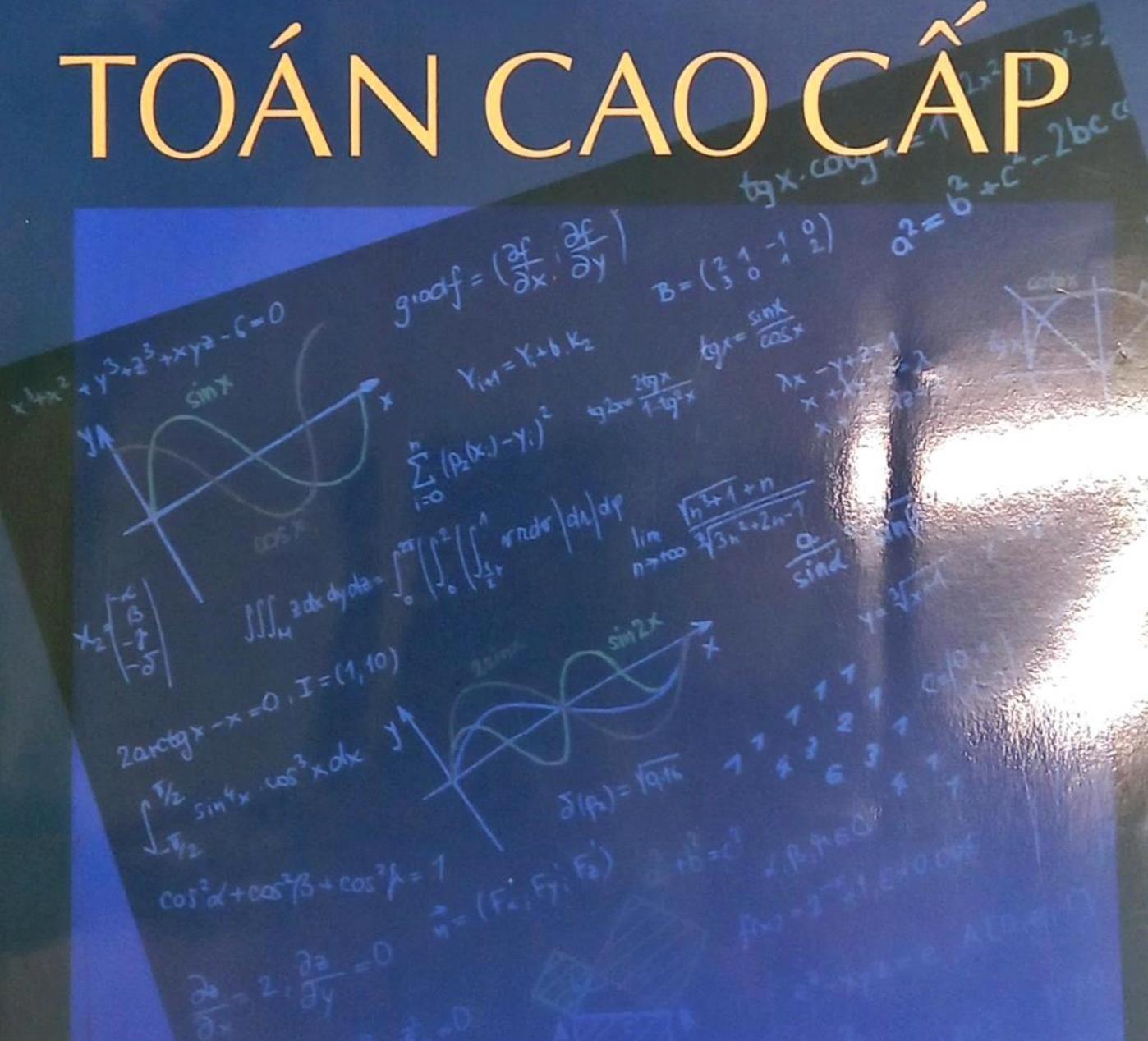




TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHIỆP HÀ NỘI

# GIÁO TRÌNH TOÁN CAO CẤP



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHIỆP HÀ NỘI

LAI ĐỨC HÙNG (Chủ biên)  
TRẦN THỊ HẰNG - NGUYỄN THỊ MINH TÂM

**GIÁO TRÌNH  
TOÁN CAO CẤP**

(DÀNH CHO SINH VIÊN KHỐI NGÀNH KINH TẾ)



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

## MỤC LỤC

Trang

<i>Lời nói đầu .....</i>	5
<b>Chương 1: HÀM SỐ MỘT BIẾN SỐ .....</b>	7
<b>§1. Tập hợp .....</b>	7
1. Tập hợp và phần tử .....	7
2. Các phép toán về tập hợp .....	8
3. Các tính chất .....	9
4. Tích Descartes .....	9
5. Các tập hợp số .....	10
<b>§2. Hàm số .....</b>	13
1. Hàm số một biến số .....	13
2. Giới hạn của hàm số .....	17
3. Hàm số liên tục .....	21
<b>§3. Phép tính vi phân hàm số một biến số .....</b>	23
1. Đạo hàm cấp một .....	23
2. Vi phân cấp một .....	27
3. Các định lý về hàm khả vi .....	28
4. Đạo hàm cấp cao .....	29
5. Vi phân cấp cao .....	30
6. Một số ứng dụng của phép tính vi phân hàm số một biến số .....	30
<b>§4. Phép tính tích phân của hàm số một biến số .....</b>	35
1. Tích phân không xác định .....	35
2. Tích phân xác định .....	41
3. Tích phân suy rộng trên khoảng vô hạn .....	46
<i>Bài tập chương 1 .....</i>	49
<b>Chương 2: PHÉP TÍNH VI PHÂN HÀM NHIỀU BIẾN .....</b>	54
<b>§1. Hàm số nhiều biến số .....</b>	54
1. Hàm số nhiều biến số .....	54
2. Giới hạn của hàm số hai biến số .....	61
3. Tính liên tục của hàm số hai biến số .....	63
<b>§2. Đạo hàm và vi phân của hàm hai biến số .....</b>	65
1. Đạo hàm riêng cấp một của hàm hai biến số .....	65
2. Vi phân toàn phần của hàm hai biến số .....	68
3. Đạo hàm cấp cao của hàm hai biến số .....	70
4. Vi phân cấp cao của hàm hai biến số .....	71
5. Đạo hàm và cận biên trong phân tích kinh tế .....	72
<b>§3. Cực trị của hàm hai biến số .....</b>	73
1. Cực trị không điều kiện .....	73

2. Cực trị có điều kiện.....	79
3. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm hai biến trong một miền đóng ..	89
<b>Bài tập chương 2 .....</b>	<b>91</b>
<b>Chương 3: ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH.....</b>	<b>96</b>
<b>    §1. Ma trận và các phép toán trên ma trận.....</b>	<b>96</b>
1. Các định nghĩa .....	96
2. Các phép toán trên ma trận .....	99
<b>    §2. Định thức.....</b>	<b>102</b>
1. Định nghĩa .....	103
2. Tính chất .....	105
3. Các phương pháp tính định thức.....	107
4. Ứng dụng của định thức để tìm cực trị .....	110
<b>    §3. Ma trận nghịch đảo .....</b>	<b>112</b>
1. Định nghĩa .....	112
2. Định lý .....	113
3. Tính chất .....	114
4. Các phương pháp tìm ma trận nghịch đảo .....	114
5. Phương trình ma trận .....	116
<b>    §4. Hạng của ma trận .....</b>	<b>117</b>
1. Hạng của ma trận .....	117
2. Phương pháp tìm hạng ma trận.....	119
<b>    §5. Hệ phương trình tuyến tính.....</b>	<b>121</b>
1. Hệ phương trình tuyến tính.....	121
2. Một số dạng hệ phương trình tuyến tính đặc biệt .....	123
3. Các phương pháp giải hệ phương trình tuyến tính .....	126
4. Ứng dụng đại số tuyến tính trong kinh tế .....	130
<b>    §6. Không gian véc tơ <math>\mathbb{R}^n</math> .....</b>	<b>136</b>
1. Không gian véc tơ .....	136
2. Mối quan hệ tuyến tính trong không gian véc tơ .....	138
3. Ứng dụng của định thức để khảo sát hệ véc tơ .....	139
4. Cơ sở của không gian véc tơ .....	140
<b>Bài tập chương 3 .....</b>	<b>142</b>
<b>Tài liệu tham khảo.....</b>	<b>147</b>

## Lời nói đầu

**Giáo trình Toán Cao Cấp** được biên soạn theo chương trình môn học Toán cao cấp dành cho sinh viên khối ngành kinh tế của trường Đại học Công nghiệp Hà Nội. Trong sách, ngoài những vấn đề cơ bản của Toán học, chúng tôi đưa vào một số mô hình Toán kinh tế với mong muốn làm nổi bật một số ứng dụng của Toán học trong thực tiễn.

Cuốn sách gồm có ba chương.

**Chương 1** do ThS. Lại Đức Hùng biên soạn, trình bày những nội dung cơ bản về phép tính vi phân và phép tính tích phân của hàm số một biến số. Tiếp theo là một số mô hình hàm số trong kinh tế, bao gồm: Hàm cung, hàm cầu, hàm tiêu dùng, hàm tiết kiệm, hàm sản xuất,...

**Chương 2** do ThS. Trần Thị Hằng biên soạn, trình bày các nội dung cơ bản của hàm số nhiều biến số bao gồm đạo hàm, vi phân và cực trị của hàm số nhiều biến số. Tiếp theo là những nội dung mang tính ứng dụng để giải quyết một số bài toán kinh tế: Tối thiểu chi phí để đạt được tối đa lợi nhuận của nhà sản xuất, tối thiểu hóa chi tiêu để đạt được tối đa lợi ích của người tiêu dùng.

**Chương 3** do ThS. Nguyễn Thị Minh Tâm biên soạn, trình bày các nội dung về đại số tuyến tính bao gồm ma trận, định thức, ma trận nghịch đảo, hạng của ma trận, hệ phương trình tuyến tính và không gian véc tơ  $\mathbb{R}^n$ . Tiếp theo là ứng dụng của những nội dung này trong việc giải quyết mô hình cân bằng thị trường nhiều loại hàng hóa, mô hình vào ra...

Chúng tôi hy vọng cuốn sách sẽ có ý nghĩa thiết thực đối với sinh viên khối ngành kinh tế. Trong quá trình biên soạn chúng tôi nhận được nhiều ý kiến đóng góp quý báu của các bạn đồng nghiệp ở Bộ môn Toán Trường Đại học Công

nghiệp Hà Nội và nhiều trường Đại học khác. Chúng tôi xin gửi lời cảm ơn chân thành tới các bạn bởi sự đóng góp đó.

Một số vấn đề trong cuốn sách này cần phải tiếp tục thảo luận. Chúng tôi rất mong tiếp tục nhận được những ý kiến đóng góp từ phía các bạn đồng nghiệp và đồng đảo bạn đọc để cuốn sách được hoàn thiện hơn trong những lần xuất bản sau.

Xin chân thành cảm ơn!

Hà nội, tháng 08 năm 2012

CÁC TÁC GIÀ